

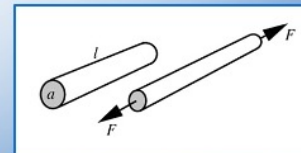
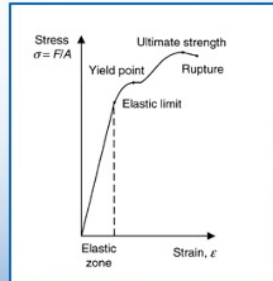
## PIEZOREZISTIVNOST (PIEZORESISTIVITY)

Hook-ov zakon:

$$\sigma = \frac{F}{a} = E_Y \frac{dl}{l} = E_Y \varepsilon_l$$

Relativna promjena otpornosti  
žičanog otpornika:

$$\frac{\Delta R}{R} = k \frac{\Delta l}{l}$$



Pod uticajem spoljašnje sile koja djeluje na materijal, dolazi do unutrašnjeg naprezanja (napona) materijala i njegove mehaničke deformacije. Mehanička deformacija dovodi do modulacije specifične otpornost, kao i geometrije otpornika (promjene dimenzije). Osjetljivost otpornika na mehaničku deformaciju označava se kao **piezorezistivnost**. „Dobar“ otpornik čini stabilna otpornost, dok se pomoću „lošeg“ otpornika može napraviti senzor. Riječ je o senzoru naprezanja (mjernoj traci) koji se može koristiti za mjerenje naprezanja, ili, u sklopu složenijih senzora, za mjerenje pomjeraja, sile, pritiska,...

Ukoliko na otpornik djeluje sila  $F$ , slika, dolazi do mehaničkog naprezanja (*stress*)  $\sigma$  koje izaziva podužnu deformaciju (*strain*) otpornika  $\varepsilon_l$ . Prethodno je definisano Hook-ovim zakonom:

$$\sigma = \frac{F}{a} = E_Y \frac{dl}{l} = E_Y \varepsilon_l$$

gdje je  $\sigma$  mehaničko naprezanje,  $a$  površina poprečnog presjeka otpornika,  $E_Y$  Young-ov modul elastičnosti materijala,  $l$  dužina otpornika i  $\varepsilon_l$  normalizovana deformacija materijala.  $\varepsilon_l$  je bezdimenziona veličina ali se obično izražava u  $[\mu\varepsilon]$  (1 *microstrain* =

$1 \mu\varepsilon = 10^{-6} \text{ m/m}$ ).

Relativna promjena otpornosti žice je linearna funkcija relativne promjene dužine žice:

$$\frac{\Delta R}{R} = k \frac{\Delta l}{l}$$

pri čemu je  $k$  osjetljivost ili mjerni faktor (*gauge factor*) mjernog elementa (otpornika). Vrijednost faktora  $k$  se kreće od 2 do 6 za metalne otpornike, dok je kod poluprovodničkih otpornika ta vrijednost od 40 do 200. Naime, kod poluprovodničkih otpornika dolazi do izražene promjene specifične otpornosti materijala prilikom deformacije. Sa druge strane, osjetljivost  $k$  je kod poluprovodničkih otpornika izrazito temperaturno zavisna.

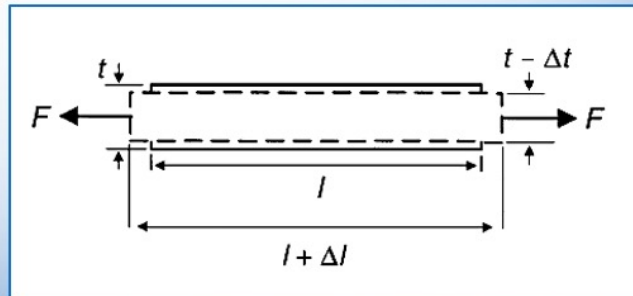
<https://www.youtube.com/watch?v=aQf6Q8t1FQE>

<https://www.youtube.com/watch?v=DLE-ieOVFjI>

## POISSON-OV ZAKON

Poisson-ov odnos:

$$\nu = -\frac{\frac{dt}{t}}{\frac{dl}{l}}$$



Longitudinalno mehaničko naprezanje (pod uticajem sile  $F$ ), slika, dovodi do promjene dimenzije  $l$  za  $\Delta l$ , ali i do promjene dimenzije  $t$  za  $\Delta t$ .

Na osnovu *Poisson*-ovog zakona, slijedi da je:

$$\nu = -\frac{\frac{dt}{t}}{\frac{dl}{l}}$$

gdje je  $\nu$  *Poisson*-ov odnos. *Poisson*-ov odnos je mjera deformacije materijala u lateralnom pravcu (pravcu upravnom na pravac djelovanja sile koja izaziva naprezanje). Znak minus u ovom slučaju ukazuje da će pri povećanju dimenzije  $l$  u pravcu naprezanja doći do smanjenja dimenzije  $t$ . Vrijednosti *Poisson*-ovog odnosa su obično između 0 i 0.5. Na primjer, 0.303 za čelik, 0.3 za aluminijum i bakar. Zanimljivo je da pluta ima *Poisson*-ov odnos jednak nuli, dok guma ima *Poisson*-ov odnos 0.5.

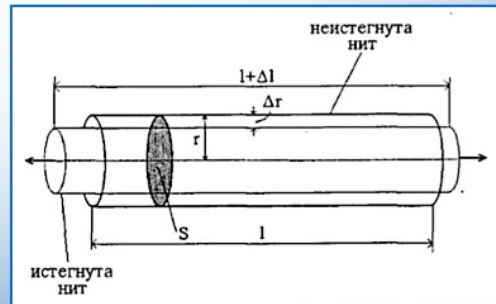
<https://youtu.be/tuOIM3P7ygA>

## PRINCIP RADA MJERNE TRAKE

$$R = \rho \frac{l}{r^2 \pi}$$

$$v = -\frac{dr}{dl} \frac{r}{l}$$

$$dR = \frac{\partial R}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial R}{\partial l} dl + \frac{\partial R}{\partial r} dr$$



## PRINCIP RADA PIEZOREZISTIVNOG SENZORA NAPREZANJA

$$R = \rho \frac{l}{r^2 \pi}$$

$$\nu = -\frac{\frac{dr}{r}}{\frac{dl}{l}}$$

$$dR = \frac{\partial R}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial R}{\partial l} dl + \frac{\partial R}{\partial r} dr$$

## PRINCIP RADA PIEZOREZISTIVNOG SENZORA NAPREZANJA

$$R = \rho \frac{l}{r^2 \pi}$$

$$dR = \frac{R}{\rho} d\rho + \frac{R}{l} dl - \frac{2R}{r} dr$$

$$\nu = -\frac{\frac{dr}{r}}{\frac{dl}{l}}$$

$$dR = \frac{\partial R}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial R}{\partial l} dl + \frac{\partial R}{\partial r} dr$$

## PRINCIP RADA PIEZOREZISTIVNOG SENZORA NAPREZANJA

$$R = \rho \frac{l}{r^2 \pi}$$

$$\nu = -\frac{\frac{dr}{r}}{\frac{dl}{l}}$$

$$dR = \frac{\partial R}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial R}{\partial l} dl + \frac{\partial R}{\partial r} dr$$

$$dR = \frac{R}{\rho} d\rho + \frac{R}{l} dl - \frac{2R}{r} dr$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} - 2\frac{dr}{r}$$



## PRINCIP RADA PIEZOREZISTIVNOG SENZORA NAPREZANJA

$$R = \rho \frac{l}{r^2 \pi}$$

$$\nu = -\frac{\frac{dr}{r}}{\frac{dl}{l}}$$

$$dR = \frac{\partial R}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial R}{\partial l} dl + \frac{\partial R}{\partial r} dr$$

$$dR = \frac{R}{\rho} d\rho + \frac{R}{l} dl - \frac{2R}{r} dr$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} - 2\frac{dr}{r}$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} + 2\nu \frac{dl}{l}$$

## PRINCIP RADA PIEZOREZISTIVNOG SENZORA NAPREZANJA

$$R = \rho \frac{l}{r^2 \pi}$$

$$\nu = -\frac{\frac{dr}{r}}{\frac{dl}{l}}$$

$$dR = \frac{\partial R}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial R}{\partial l} dl + \frac{\partial R}{\partial r} dr$$

$$dR = \frac{R}{\rho} d\rho + \frac{R}{l} dl - \frac{2R}{r} dr$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} - 2\frac{dr}{r}$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} + 2\nu \frac{dl}{l}$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{dl}{l} \left( 1 + 2\nu + \frac{d\rho}{\rho} / \frac{dl}{l} \right) = k \frac{dl}{l}$$

$\frac{d\rho}{\rho} / \frac{dl}{l}$  se označava kao koeficijent piezorezistencije i izražava promjenu specifične otpornosti žice usljed mehaničkog naprezanja. Kod materijala koji se koriste za proizvodnju piezorezistivnih senzora koeficijent piezorezistencije ima konstantnu vrijednost, tako da je relativna promjena otpornosti proporcionalna relativnoj promjeni dužine žice (istezanju).

## PRINCIP RADA PIEZOREZISTIVNOG SENZORA NAPREZANJA

$$R = \rho \frac{l}{r^2 \pi} = \rho \frac{l^2}{V}$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = C \frac{dV}{V}$$

$$dR = \frac{\partial R}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial R}{\partial l} dl + \frac{\partial R}{\partial V} dV$$

*Bridgman* je pokazao da su kod metala relativna promjena specifične otpornosti i relativna promjena zapremine otpornika proporcionalne:

$$\frac{d\rho}{\rho} = C \frac{dV}{V}$$

gdje je *C* *Bridgman*-ova konstanta. Vrijednost ove konstante, za većinu materijala od kojih se prave mjerne trake, iznosi od 1.13 do 1.15. Za platinu ova vrijednost je 4.4.

## PRINCIP RADA PIEZOREZISTIVNOG SENZORA NAPREZANJA

$$R = \rho \frac{l}{r^2 \pi} = \rho \frac{l^2}{V}$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = C \frac{dV}{V}$$

$$dR = \frac{\partial R}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial R}{\partial l} dl + \frac{\partial R}{\partial V} dV$$

$$dR = \frac{R}{\rho} d\rho + 2 \frac{R}{l} dl - \frac{R}{V} dV$$

*Bridgman* je pokazao da su kod metala relativna promjena specifične otpornosti i relativna promjena zapremine otpornika proporcionalne:

$$\frac{d\rho}{\rho} = C \frac{dV}{V}$$

gdje je  $C$  *Bridgman*-ova konstanta. Vrijednost ove konstante, za većinu materijala od kojih se prave mjerne trake, iznosi od 1.13 do 1.15. Za platinu ova vrijednost je 4.4.

## PRINCIP RADA PIEZOREZISTIVNOG SENZORA NAPREZANJA

$$R = \rho \frac{l}{r^2 \pi} = \rho \frac{l^2}{V}$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = C \frac{dV}{V}$$

$$dR = \frac{\partial R}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial R}{\partial l} dl + \frac{\partial R}{\partial V} dV$$

$$dR = \frac{R}{\rho} d\rho + 2 \frac{R}{l} dl - \frac{R}{V} dV$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + 2 \frac{dl}{l} - \frac{dV}{V}$$

*Bridgman* je pokazao da su kod metala relativna promjena specifične otpornosti i relativna promjena zapremine otpornika proporcionalne:

$$\frac{d\rho}{\rho} = C \frac{dV}{V}$$

gdje je  $C$  *Bridgman*-ova konstanta. Vrijednost ove konstante, za većinu materijala od kojih se prave mjerne trake, iznosi od 1.13 do 1.15. Za platinu ova vrijednost je 4.4.

## PRINCIP RADA PIEZOREZISTIVNOG SENZORA NAPREZANJA

$$R = \rho \frac{l}{r^2 \pi} = \rho \frac{l^2}{V}$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = C \frac{dV}{V} \quad \rightarrow \quad \frac{dR}{R} = \frac{dV}{V} \left( \frac{\frac{d\rho}{\rho}}{\frac{dV}{V}} + 2 \frac{\frac{dl}{l}}{\frac{dV}{V}} - 1 \right)$$

$$dR = \frac{\partial R}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial R}{\partial l} dl + \frac{\partial R}{\partial V} dV$$

$$dR = \frac{R}{\rho} d\rho + 2 \frac{R}{l} dl - \frac{R}{V} dV$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + 2 \frac{dl}{l} - \frac{dV}{V}$$

*Bridgman* je pokazao da su kod metala relativna promjena specifične otpornosti i relativna promjena zapremine otpornika proporcionalne:

$$\frac{d\rho}{\rho} = C \frac{dV}{V}$$

gdje je *C* *Bridgman*-ova konstanta. Vrijednost ove konstante, za većinu materijala od kojih se prave mjerne trake, iznosi od 1.13 do 1.15. Za platinu ova vrijednost je 4.4.

## PRINCIP RADA PIEZOREZISTIVNOG SENZORA NAPREZANJA

$$R = \rho \frac{l}{r^2 \pi} = \rho \frac{l^2}{V}$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = C \frac{dV}{V}$$

$$dR = \frac{\partial R}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial R}{\partial l} dl + \frac{\partial R}{\partial V} dV$$

$$dR = \frac{R}{\rho} d\rho + 2 \frac{R}{l} dl - \frac{R}{V} dV$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + 2 \frac{dl}{l} - \frac{dV}{V}$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{dV}{V} \left( \frac{\frac{d\rho}{\rho}}{\frac{dV}{V}} + 2 \frac{\frac{dl}{l}}{\frac{dV}{V}} - 1 \right)$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{dV}{V} \left( C + 2 \frac{\frac{dl}{l}}{\frac{dV}{V}} - 1 \right)$$

## PRINCIP RADA PIEZOREZISTIVNOG SENZORA NAPREZANJA

$$R = \rho \frac{l}{r^2 \pi} = \rho \frac{l^2}{V}$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = C \frac{dV}{V}$$

$$dR = \frac{\partial R}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial R}{\partial l} dl + \frac{\partial R}{\partial V} dV$$

$$dR = \frac{R}{\rho} d\rho + 2 \frac{R}{l} dl - \frac{R}{V} dV$$

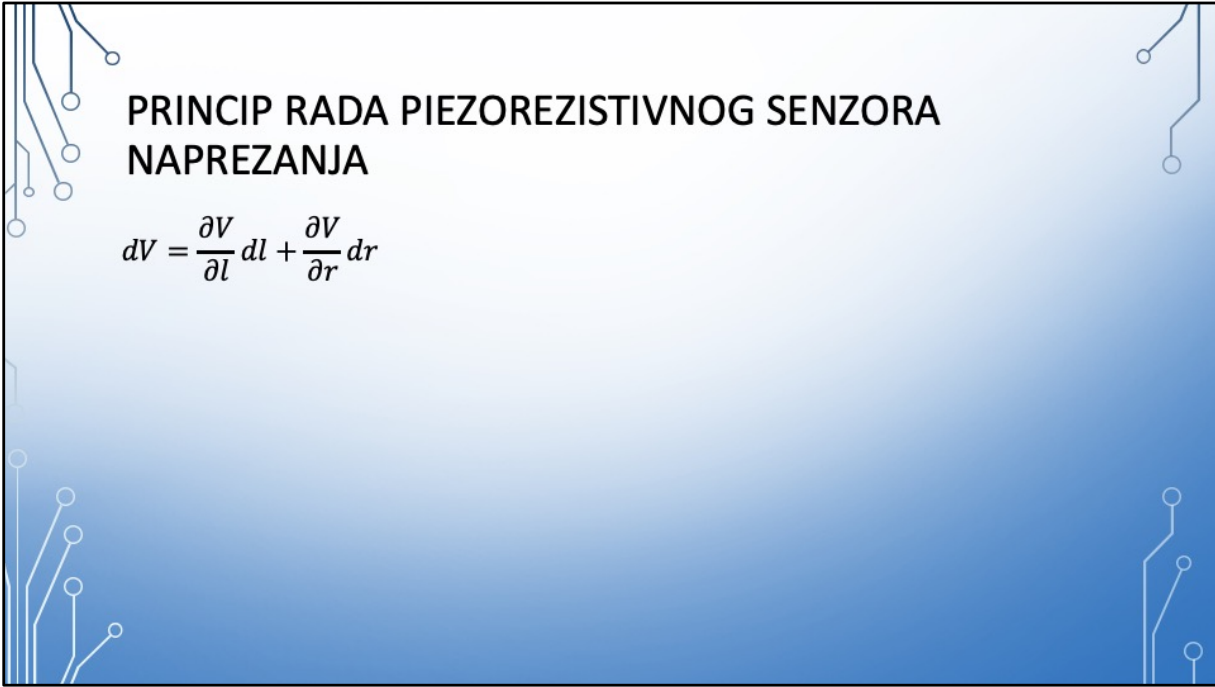
$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + 2 \frac{dl}{l} - \frac{dV}{V}$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{dV}{V} \left( \frac{\frac{d\rho}{\rho}}{\frac{dV}{V}} + 2 \frac{\frac{dl}{l}}{\frac{dV}{V}} - 1 \right)$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{dV}{V} \left( C + 2 \frac{\frac{dl}{l}}{\frac{dV}{V}} - 1 \right)$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{dl}{l} \left[ (C - 1) \frac{\frac{dV}{V}}{\frac{dl}{l}} + 2 \right]$$





## PRINCIP RADA PIEZOREZISTIVNOG SENZORA NAPREZANJA

$$dV = \frac{\partial V}{\partial l} dl + \frac{\partial V}{\partial r} dr$$

## PRINCIP RADA PIEZOREZISTIVNOG SENZORA NAPREZANJA

$$dV = \frac{\partial V}{\partial l} dl + \frac{\partial V}{\partial r} dr$$

$$dV = \frac{V}{l} dl + 2 \frac{V}{r} dr$$

## PRINCIP RADA PIEZOREZISTIVNOG SENZORA NAPREZANJA

$$dV = \frac{\partial V}{\partial l} dl + \frac{\partial V}{\partial r} dr$$

$$dV = \frac{V}{l} dl + 2 \frac{V}{r} dr$$

$$\frac{dV}{V} = \frac{dl}{l} + 2 \frac{dr}{r} = \frac{dl}{l} (1 - 2\nu)$$

## PRINCIP RADA PIEZOREZISTIVNOG SENZORA NAPREZANJA

$$dV = \frac{\partial V}{\partial l} dl + \frac{\partial V}{\partial r} dr$$

$$dV = \frac{V}{l} dl + 2 \frac{V}{r} dr$$

$$\frac{dV}{V} = \frac{dl}{l} + 2 \frac{dr}{r} = \frac{dl}{l} (1 - 2\nu)$$

$$\frac{dV}{V} / \frac{dl}{l} = 1 - 2\nu$$

## PRINCIP RADA PIEZOREZISTIVNOG SENZORA NAPREZANJA

$$dV = \frac{\partial V}{\partial l} dl + \frac{\partial V}{\partial r} dr$$

$$dV = \frac{V}{l} dl + 2 \frac{V}{r} dr$$

$$\frac{dV}{V} = \frac{dl}{l} + 2 \frac{dr}{r} = \frac{dl}{l} (1 - 2\nu)$$

$$\frac{dV}{V} / \frac{dl}{l} = 1 - 2\nu$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{dl}{l} \left[ (C - 1) \frac{\frac{dV}{V}}{\frac{dl}{l}} + 2 \right]$$

## PRINCIP RADA PIEZOREZISTIVNOG SENZORA NAPREZANJA

$$dV = \frac{\partial V}{\partial l} dl + \frac{\partial V}{\partial r} dr$$

$$dV = \frac{V}{l} dl + 2 \frac{V}{r} dr$$

$$\frac{dV}{V} = \frac{dl}{l} + 2 \frac{dr}{r} = \frac{dl}{l} (1 - 2\nu)$$

$$\frac{dV}{V} / \frac{dl}{l} = 1 - 2\nu$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{dl}{l} \left[ (C - 1) \frac{\frac{dV}{V}}{\frac{dl}{l}} + 2 \right]$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{dl}{l} [(C - 1)(1 - 2\nu) + 2]$$

## PRINCIP RADA PIEZOREZISTIVNOG SENZORA NAPREZANJA

$$dV = \frac{\partial V}{\partial l} dl + \frac{\partial V}{\partial r} dr$$

$$dV = \frac{V}{l} dl + 2 \frac{V}{r} dr$$

$$\frac{dV}{V} = \frac{dl}{l} + 2 \frac{dr}{r} = \frac{dl}{l} (1 - 2\nu)$$

$$\frac{dV}{V} / \frac{dl}{l} = 1 - 2\nu$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{dl}{l} \left[ (C - 1) \frac{\frac{dV}{V}}{\frac{dl}{l}} + 2 \right]$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{dl}{l} [(C - 1)(1 - 2\nu) + 2]$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{dl}{l} [1 + 2\nu + C(1 - 2\nu)] = k \frac{dl}{l}$$

## PRINCIP RADA PIEZOREZISTIVNOG SENZORA NAPREZANJA

$$\left. \begin{aligned} \frac{dR}{R} &= \frac{dl}{l} \left( 1 + 2\nu + \frac{d\rho}{\rho} / \frac{dl}{l} \right) = k \frac{dl}{l} \\ \frac{dR}{R} &= \frac{dl}{l} [1 + 2\nu + C(1 - 2\nu)] = k \frac{dl}{l} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} / \frac{dl}{l} = C(1 - 2\nu)$$



## PRINCIP RADA PIEZOREZISTIVNOG SENZORA NAPREZANJA

$$R = R_0 + dR = R_0 \left( 1 + \frac{dR}{R_0} \right) = R_0(1 + k\varepsilon_l)$$

$$R = R_0(1 + x)$$

Za male promjene otpornosti mjerne trake, otpornost mjerne trake pod uticajem mehaničkog naprezanja se mijenja u skladu sa relacijom:

$$R = R_0 + dR = R_0 \left( 1 + \frac{dR}{R_0} \right) = R_0(1 + k\varepsilon_l) = R_0(1 + x)$$

gdje je  $R_0$  otpornost kada mjerna traka nije izložena mehaničkom naprezanju, dok je  $x = k\varepsilon_l$ . Obično je  $x$  manje od 0.02.

## POLUPROVODNIČKI SENOZRI NAPREZANJA

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_0} = \pi_L \sigma$$

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta l}{l} \left( 1 + 2\nu + \frac{\Delta\rho}{\rho_0} / \frac{\Delta l}{l} \right) = \frac{\Delta l}{l} (1 + 2\nu + \pi_L E_Y) = k \varepsilon_l$$

- $k$ : 40 – 200
- Uži opseg radnih temperatura
- Lošija linearnost

Kada je poluprovodnik izložen naprezanju, osim promjene dimenzija, dolazi do promjene broja nosilaca naelektrisanja i njihove pokretljivosti. Za razliku od metala, promjena specifične otpornosti, pod uticajem naprezanja, dominira u odnosu na promjene dimenzija. U slučaju jednostavne tenzije ili kompresije, relativna promjena specifične otpornosti proporcionalna je naprezanju:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_0} = \pi_L \sigma$$

gdje je  $\pi_L$  longitudinalni koeficijent piezorezistencije, dok je  $\rho_0$  specifična otpornost materijala koji nije izložen stresu. Osjetljivost  $k$  se kreće od 40 do 200. Poluprovodnici sa relativno malim brojem nosilaca naelektrisanja imaju veću osjetljivost, ali su temperaturno veoma nestabilni i nelinearni. Poluprovodnici sa relativno velikim brojem nosilaca naelektrisanja imaju manju osjetljivost, ali i veću temperaturnu stabilnost i bolju linearnost.

## PRIMJER

Mjerna traka otpornosti  $R = 350 \Omega$  i koeficijenta  $k = 2.1$  je pričvršćena za aluminijski nosač cilindričnog oblika ( $E_Y = 73 \text{ GPa}$ ). Spoljašnji prečnik nosača je 50 mm, dok je unutrašnji prečnik 47.5 mm. Izračunati promjenu otpornosti mjerne trake ukoliko se nosač optereti masom od 1000 kg.

## PRIMJER

$R = 350 \Omega$ ,  $k = 2.1$ ,  $E_Y = 73 \text{ GPa}$ ,  $d_1 = 50 \text{ mm}$ ,  $d_2 = 47.5 \text{ mm}$ ,  $m = 1000 \text{ kg}$

$\Delta R = ?$

## PRIMJER

$R = 350 \Omega$ ,  $k = 2.1$ ,  $E_Y = 73 \text{ GPa}$ ,  $d_1 = 50 \text{ mm}$ ,  $d_2 = 47.5 \text{ mm}$ ,  $m = 1000 \text{ kg}$

$\Delta R = ?$

---

$\Delta R = k\varepsilon_l R$

## PRIMJER

$R = 350 \Omega$ ,  $k = 2.1$ ,  $E_Y = 73 \text{ GPa}$ ,  $d_1 = 50 \text{ mm}$ ,  $d_2 = 47.5 \text{ mm}$ ,  $m = 1000 \text{ kg}$

$$\Delta R = ?$$

---

$$\Delta R = k \varepsilon_l R$$

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

## PRIMJER

$R = 350 \Omega$ ,  $k = 2.1$ ,  $E_Y = 73 \text{ GPa}$ ,  $d_1 = 50 \text{ mm}$ ,  $d_2 = 47.5 \text{ mm}$ ,  $m = 1000 \text{ kg}$

$\Delta R = ?$

---

$$\Delta R = k \varepsilon_l R$$

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{F}{\frac{\pi}{4}(d_1^2 - d_2^2)}$$

## PRIMJER

$R = 350 \Omega$ ,  $k = 2.1$ ,  $E_Y = 73 \text{ GPa}$ ,  $d_1 = 50 \text{ mm}$ ,  $d_2 = 47.5 \text{ mm}$ ,  $m = 1000 \text{ kg}$

$\Delta R = ?$

---

$$\Delta R = k \varepsilon_l R$$

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{F}{\frac{\pi}{4}(d_1^2 - d_2^2)} = E_Y \varepsilon_l$$



## PRIMJER

$R = 350 \Omega$ ,  $k = 2.1$ ,  $E_Y = 73 \text{ GPa}$ ,  $d_1 = 50 \text{ mm}$ ,  $d_2 = 47.5 \text{ mm}$ ,  $m = 1000 \text{ kg}$

$\Delta R = ?$

---

$$\Delta R = k \varepsilon_l R$$

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{F}{\frac{\pi}{4}(d_1^2 - d_2^2)} = E_Y \varepsilon_l \Rightarrow \varepsilon_l = \frac{4F}{\pi(d_1^2 - d_2^2)E_Y}$$

## PRIMJER

$$R = 350 \, \Omega, k = 2.1, E_Y = 73 \, \text{GPa}, d_1 = 50 \, \text{mm}, d_2 = 47.5 \, \text{mm}, m = 1000 \, \text{kg}$$

$$\Delta R = ?$$

---

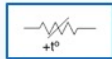
$$\Delta R = k \varepsilon_l R$$

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{F}{\frac{\pi}{4}(d_1^2 - d_2^2)} = E_Y \varepsilon_l \Rightarrow \varepsilon_l = \frac{4F}{\pi(d_1^2 - d_2^2)E_Y}$$

$$\Delta R = \frac{4mgkR}{\pi(d_1^2 - d_2^2)E_Y} = 0.516 \, \Omega$$

## UTICAJ TEMPERATURE I KOMPENZACIJE

$$R = R_0(1 + \alpha_R \Delta t)$$



Prilikom promjene temperature za  $\Delta t$  dolazi do dodatnog naprezanja u žici:

$$\sigma(t) = E_Y(\alpha_p - \alpha_n)\Delta t$$

$$\frac{\Delta R'}{R} = k \frac{\sigma(t)}{E_Y} = k(\alpha_p - \alpha_n)\Delta t$$

$$\frac{\Delta R}{R} = \alpha_e \Delta t, \alpha_e = k(\alpha_p - \alpha_n) + \alpha_R$$

Ako linearni termički koeficijent širenja trake  $\alpha_n$  i podloge na koju je ona zalijepljena  $\alpha_p$  nisu jednaki, onda se prilikom promjene temperature  $\Delta t$ , javlja dodatno naprezanje u žici  $\sigma(t)$  koje je dato izrazom:

$$\sigma(t) = E_Y(\alpha_p - \alpha_n)\Delta t$$

Odgovarajuća promjena otpornosti trake iznosi:

$$\frac{\Delta R'}{R} = k \frac{\sigma(t)}{E_Y} = k(\alpha_p - \alpha_n)\Delta t$$

Imajući u vidu linearni koeficijent otpornosti materijala  $\alpha_R$ , za ukupnu promjenu otpornosti usljed promjene temperature se dobija:

$$\frac{\Delta R}{R} = \alpha_e \Delta t$$

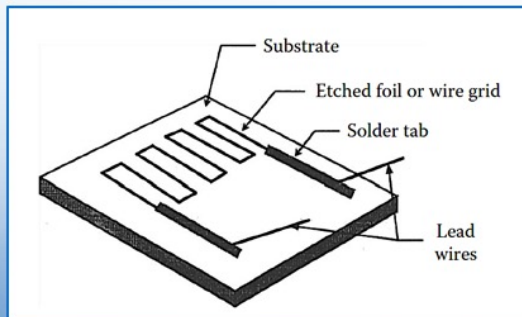
gdje je  $\alpha_e$  ekvivalentni temperaturni koeficijent zalijepljene trake:

$$\alpha_e = k(\alpha_p - \alpha_n) + \alpha_R$$

Ekvivalentni temperaturni koeficijent bi bio jednak nuli ukoliko bi važiolo  $k(\alpha_p - \alpha_n) = -\alpha_R$ , što je u praksi gotovo nemoguće ostvariti. Ekvivalentni temperaturni koeficijent  $\alpha_e$  je često veći od linearnog temperaturnog koeficijenta otpornosti materijala  $\alpha_R$ .

Promjene otpornosti metalnih traka pri tipičnim deformacijama koje se javljaju kod građevinskih materijala i u mašinstvu, su reda veličine (0.01 – 0.1)%, koliko mogu iznositi i temperaturne varijacije otpornosti već pri promjenama od desetak °C. Zbog toga bi promjene temperature mogle prouzrokovati vrlo velike greške mjerenja ako se ne bi vodilo računa o uticaju temperature, odnosno ako se ne bi izvršila temperaturna kompenzacija. Jedan od uobičajenih načina temperaturne kompenzacije je primjena tzv. slijepe trake, koja se nalazi u blizini mjerne trake ali nije izložena naprezanju.

## MJERNE TRAKE



Za mjerenje naprezanja se koristi nekoliko tipova senzora. Među njima su piezorezistivni (mjerne trake u formi folija ili žičanih metalnih otpornika i poluprovodničke mjerne trake), piezoelektrični, optička vlakna itd. Svaki od tipova senzora zahtijeva specijalizovana kola za kondicioniranje signala. Odabir odgovarajućeg senzora naprezanja za dato mjerenje zavisi od mnogih faktora kao što su geometrija uzorka, temperatura, stepen deformacije, frekvencija, kao i cijena, kompleksnost sistema za kondicioniranje signala, tačnost, rezolucija, osjetljivost na temperaturne promjene, osjetljivost na transversalna naprezanja,...

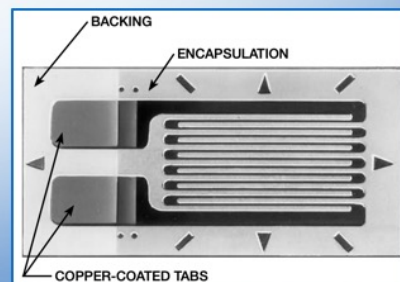
Piezorezistivni senzori su se najprije proizvodili od žice, a kasnije od folije, tankog filma ili poluprovodnika. Piezorezistivne folije i žičani otpornici u sklopu mjerne trake imaju izolacionu podlogu (u formi tankog filma), gdje je folija (žica) zalijepljena za podlogu, i izvedene kontakte, slika.

Mjerna traka se napreže u jednom pravcu, tako da naprezanje isteže provodne linije po dužini. Mjerne trake su dizajnirane tako da naprezanje po širini (transverzalno naprezanje) udaljava provodne linije, ne naprežući ih. Naravno, postoji i transverzalna komponenta naprezanja, ali se u većini primjena može zanemariti. Kada se mjerna traka zalijepi na uzorak čije se naprezanje mjeri, cilj je da se mjerna traka napreže u istom iznosu. Da bi ovo bilo ostvareno, potrebno je da se mjerna traka pravilno

postavi na uzorak čija se deformacija mjeri. Koriste se posebna ljepila i tehnike lijepljenja koji obezbjeđuju vjerno prenošenje deformacije.

## MJERENJE NAPREZANJA POMOĆU MJERNIH TRAKA

- Naprezanje ne smije biti veće od 4 %
- Pravilno postavljanje senzora
- Pretpostavka: ukupna deformacija u jednom pravcu
- Uticaj temperature
- Maksimalna dozvoljena struja
- Maksimalna disipacija snage
- Dimenzije



Promjena električne otpornosti metala ili poluprovodnika je funkcija naprezanja materijala pod dejstvom spoljašnje sile. Ukoliko je relacija između naprezanja i sile koja ga izaziva poznata, mjerenjem promjene otpornosti moguće je odrediti primijenjenu silu.

Otpornik osjetljiv na naprezanje čini mjernu traku. Opisana metoda se pokazala kao veoma pouzdana godinama. Ipak, potrebno je uzeti u obzir određena ograničenja kako bi se dobila validna informacija.

Prije svega, ne smiju se prevazići elastični limiti mjerne trake. Naprezanje ne smije biti veće od 4 % dužine mjerne trake, i kreće se od 3 000  $\mu\varepsilon$  kod poluprovodničkih mjernih traka do 50 000  $\mu\varepsilon$  kod metalnih mjernih traka.

Drugo, mjerenje će biti tačno samo ukoliko se ukupna deformacija prenosi na senzor. Ovo se postiže pravilnim postavljanjem senzora na objekat čija se deformacija mjeri. Potrebno je koristiti odgovarajuću vrstu elastičnog ljepila u skladu sa radnom temperaturom, ostvariti električnu izolaciju i adekvatnu zaštitu od spoljašnjih uticaja.

Pretpostavka je da je cjelokupno naprezanje u istom pravcu. Kako bi se dobila veća

otpornost mjerne trake od metala, one se proizvode u formi mreže, slika. Kako se može uočiti, horizontalne linije su veoma kratke, pa je transverzalna osjetljivost reda 1% - 2% longitudinalne osjetljivosti.

Temperatura utiče na specifičnu otpornost materijala, dimenzije mjerne trake, kao i na dimenzije i *Young*-ov modul elastičnosti objekta čije naprezanje se mjeri. Kada se postavi mjerna traka, bilo kakva promjena temperature utiče na promjenu otpornosti trake, što znači da i prije primjene spoljašnje sile senzor detektuje naprezanje. Kod metalnih mjernih traka ova promjena može biti i do  $50 \frac{\mu\epsilon}{^\circ\text{C}}$ .

Proticanjem struje kroz mjernu traku dolazi do njenog zagrijavanja. Maksimalna struja za metalne mjerne trake je obično reda 25 mA, ukoliko je bazni materijal dobar provodnik toplote (čelik, bakar, aluminijum, titanijum) i reda 5 mA ukoliko je u pitanju slab provodnik toplote (plastika, kvarc, drvo).

Maksimalna disipacija snage se kreće od 770 mW/cm<sup>2</sup> do 150 mW/cm<sup>2</sup> u zavisnosti od podloge. Maksimalna disipacija snage kod poluprovodničkih mjernih traka je oko 250 mW.

Mjerne trake treba da budu što manjih dimenzija kako bi mjerile naprezanje u tački. U praksi, one imaju konačne dimenzije, i tačku mjerenja predstavlja geometrijski centar mjerne trake. Ukoliko se mjere vibracije, talasna dužina vibracija mora biti veća od dužine mjerne trake.



## MATERIJALI MJERNIH TRAKA

### Zahtjevi

- Visoka specifična otpornost
- Što manji temperaturni koeficijent otpornosti
- Velika osjetljivost  $k$
- Relativno velika otpornost iznad  $100 \Omega$ , kako bi se smanjio uticaj otpornosti priključaka i dovodnih kablova

## MATERIJALI MJERNIH TRAKA

### Legure metala

- konstantan (Cu, Ni) – mali termički koeficijent otpornosti
- karma (Ni, Cr, Fe, Al) – pogodna za statična mjerenja u dužem vremenskom intervalu
- izoelastik (Ni, Cr, Fe, Mo) – pogodan za dinamička mjerenja
- platina-tungsten – najširi opseg radnih temperatura (-200 °C - 650 °C)

### Poluprovodničke mjerne trake

Mjerne trake se prave od različitih materijala kao što su legure metala: konstantan, karma, izoelastik, platina-tungsten... Poluprovodničke mjerne trake se proizvode od silicijuma, germanijuma,...

Najčešće korišćena legura je konstantan. To je legura bakra i nikla. Trake od ovog materijala imaju koeficijent osjetljivosti  $k = 2$ , mali termički koeficijent otpornosti oko  $3 \cdot 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$  i specifičnu otpornost  $0.49 \Omega \text{ mm}^2/m$ . Termički koeficijent širenja iznosi  $1.2 \cdot 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$ .

Karma je legura nikla, hroma, gvožđa i aluminijuma. Osjetljivost karme iznosi takođe  $k = 2$ , dok je termički koeficijent otpornosti  $10^{-4} 1/^\circ\text{C}$  i termički koeficijent širenja  $1.3 \cdot 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$ . Specifična otpornost karme iznosi  $1.5 \Omega \text{ mm}^2/m$ . Karma se koristi za statična mjerenja u dužem vremenskom intervalu (mjeseci, godine). Karma ima širi opseg radnih temperatura od konstantana.

Izoelastik ima relativno visok temperaturni koeficijent i pogodan je za dinamička mjerenja. Osjetljivost  $k = 3.2$ . U pitanju je legura nikla, hroma, gvožđa i molibdena.

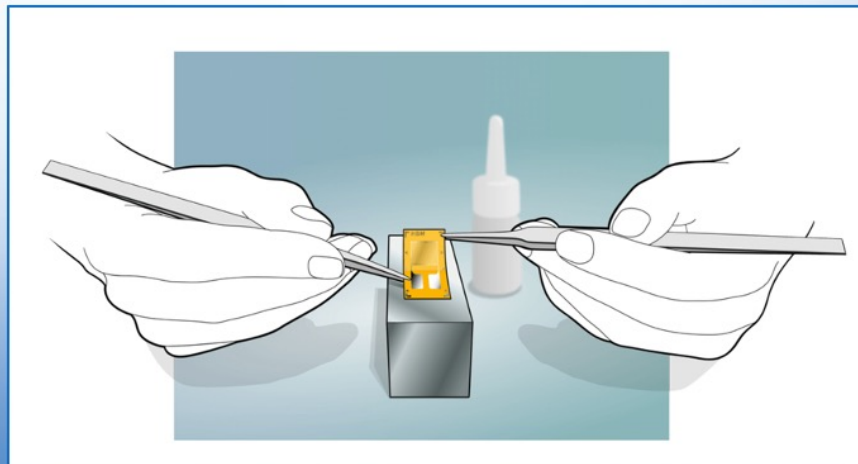
Najširi opseg radnih temperatura (-200 °C do 650 °C) ima legura platina-tungsten, čija

osjetljivost  $k$  iznosi 4.5. Ovu leguru karakteriše visok termički koeficijent otpornosti, kao i mala specifična otpornost.

## MATERIJALI MJERNIH TRAKA

Parameter	Metal	Semiconductor
Measurement range	0.1 $\mu\epsilon$ to 50,000 $\mu\epsilon$	0.001 $\mu\epsilon$ to 3000 $\mu\epsilon$
Gage factor	1.8 to 4.5	40 to 200
Nominal resistance, $\Omega$	120, 250, 350, 600, ..., 5000	1000 to 5000
Resistance tolerance	0.1 % to 0.35 %	1 % to 2 %
Active grid length, mm	0.4 to 150 Standard: 3 to 10	1 to 5

## MJERNE TRAKE - INSTALACIJA



Mjerne trake se postavljaju na objekat čija se deformacija mjeri uz poštovanje odgovarajuće procedure koja je pogodna za većinu senzora naprezanja.

<https://strainblog.micro-measurements.com/media/strain-gauge-installation-tutorial-british-version-vs-american-version>

Najprije se vrši priprema podloge, što podrazumijeva uklanjanje eventualne masnoće prisutne na podlozi, odstranjivanje ostataka boje, rđe, naslaga...

Potom se olovkom označi pozicija mjerne trake (u pravcu trake i u poprečnom pravcu). Podloga se zatim čisti izopropil alkoholom u jednom pravcu. Slijedi neutralizovanje podloge na pH vrijednost 7 - 7.5. Nakon uvodne procedure, pristupa se postavljanju mjerne trake. Traka se postavlja na čistu staklenu ili plastičnu podlogu, koristeći pincetu kako se ne bi prenijela masnoća sa ruku na mjernu traku. Traka se potom zalijepi za podlogu celofanskom trakom. Celofanska traka (za koju je zalijepljena mjerna traka) se potom razlijepi sa staklene (plastične) podloge. Sada je moguće traku zalijepiti na željenu poziciju na testnom uzorku. Kada se traka pozicionira, ljepljiva celofanska traka se polako odvaja od podloge, a na traku se nanosi tanak sloj katalizatora. Potom se nanosi odgovarajuće ljepilo između trake i podloge kao bi se traka pričvrstila za uzorak čija se deformacija mjeri. Potrebno je

najmanje 1 min pritisnuti traku nakon što se nanese ljepilo. Sada se može potpuno ukloniti ljepljiva traka i pristupiti povezivanju provodnih linija, ukoliko već nisu povezane za mjernu traku.

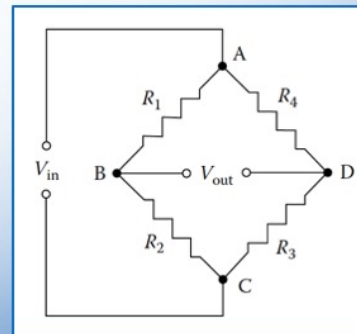
## WHEATSTONE-OV MOST

$$V_B = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{in}$$

$$V_D = \frac{R_3}{R_3 + R_4} V_{in}$$

$$V_{out} = V_B - V_D = \frac{R_2 R_4 - R_1 R_3}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} V_{in}$$

uslov ravnoteže mosta:  $R_2 R_4 = R_1 R_3$



Relativna promjena otpornosti piezorezistivne mjerne trake se obično mjeri uz pomoć *Wheatstone*-ovog mosta, slika. Bilo koja od četiri otpornosti u mostu može biti mjerna traka. Izlazni napon  $V_{out}$  je jednak nuli kada je ispunjen uslov ravnoteže mosta  $R_2 R_4 = R_1 R_3$ .

## WHEATSTONE-OV MOST

$$V_B = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{in}$$

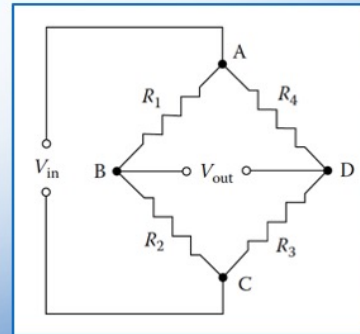
$$V_D = \frac{R_3}{R_3 + R_4} V_{in}$$

$$V_{out} = V_B - V_D = \frac{R_2 R_4 - R_1 R_3}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} V_{in}$$

$$R_2 R_4 = R_1 R_3$$

$$R_i \rightarrow R_i + \Delta R_i, i = \overline{1,4}$$

$$V_{out} = \frac{R_1 R_3}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \left( -\frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta R_2}{R_2} - \frac{\Delta R_3}{R_3} + \frac{\Delta R_4}{R_4} \right) V_{in}$$



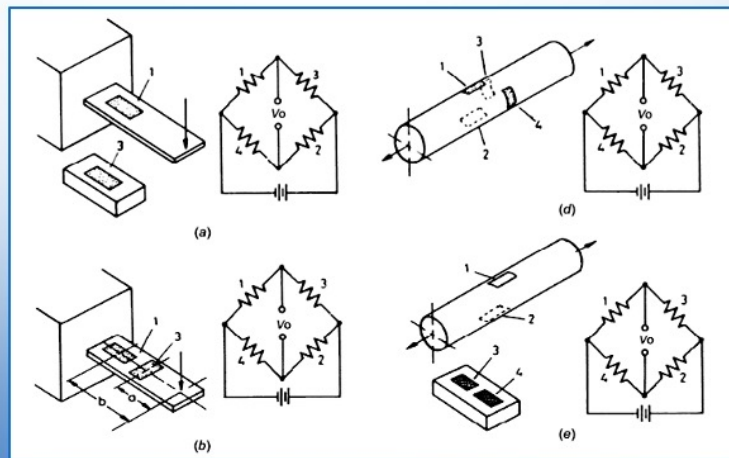
Ukoliko dođe do promjena otpornosti za male vrijednosti  $\Delta R_1$ ,  $\Delta R_2$ ,  $\Delta R_3$  i  $\Delta R_4$ , most više nije u ravnoteži i na izlazu mosta je napon:

$$V_{out} = \frac{R_1 R_3}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \left( -\frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta R_2}{R_2} - \frac{\Delta R_3}{R_3} + \frac{\Delta R_4}{R_4} \right) V_{in}$$

Na osnovu prethodnog izraza može se zaključiti da je u cilju postizanja veće osjetljivosti potrebno da promjene otpornosti  $R_1$  i  $R_3$  budu istog znaka, koji je suprotan znaku promjena otpornosti  $R_2$  i  $R_4$ .

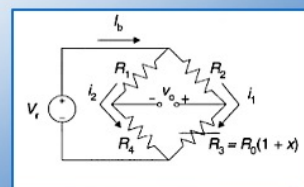


## NAČINI VEZIVANJA MJERNIH TRAKA U MOST

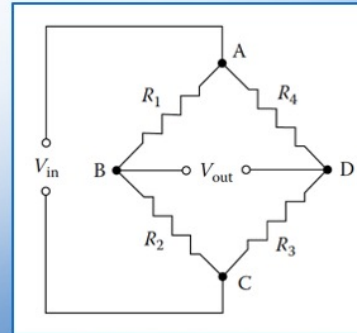


## NAČINI VEZIVANJA MJERNIH TRAKA U MOST

$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	Constant $V_r$
$R_0$	$R_0$	$R_0(1+x)$	$R_0$	$V_r \frac{x}{2(2+x)}$
$R_0(1+x)$	$R_0$	$R_0(1+x)$	$R_0$	$V_r \frac{x}{2+x}$
$R_0$	$R_0$	$R_0(1+x)$	$R_0(1-x)$	$V_r \frac{2x}{4-x^2}$
$R_0$	$R_0(1-x)$	$R_0(1+x)$	$R_0$	$V_r \frac{x}{2}$
$R_0(1-x)$	$R_0$	$R_0(1+x)$	$R_0$	$V_r \frac{-x^2}{4-x^2}$
$R_0(1+x)$	$R_0(1-x)$	$R_0(1+x)$	$R_0(1-x)$	$V_r x$



## TEMPERATURNNA KOMPENZACIJA

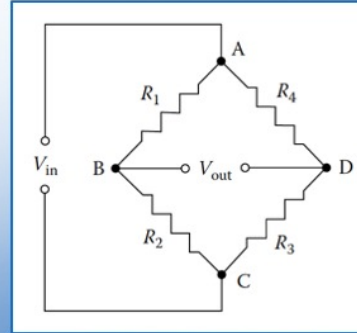


Temperaturna kompenzacija se može izvršiti umetanjem u most slijepa trake. Slijepa traka se postavlja na komad materijala kao i uzorak čija deformacija se mjeri, ali ne trpi nikakvo mehaničko naprezanje. Komad na kome je zalijepljena slijepa traka nalazi se u neposrednoj blizini i u dobrom termičkom kontaktu sa ispitivanim uzorkom, tako da su temperature obje trake u svakom trenutku praktično jednake. Ako se trake vežu diferencijalno tj. u susjedne grane mosta, doći će do poništavanja promjena otpornosti usljed promjene temperature.

Neka otpornik  $R_1$  predstavlja slijepu traku. Njena otpornost će se mijenjati samo pod uticajem promjene temperature za  $\Delta R_y$ . Otpornik  $R_2$  predstavlja mjernu traku koja je izložena mehaničkom naprezanju. Otpornost ove mjerne trake se mijenja pod uticajem mehaničkog naprezanja za  $\Delta R_x$  i pod uticajem promjene temperature za  $\Delta R_y$ .

## TEMPERATURNNA KOMPENZACIJA

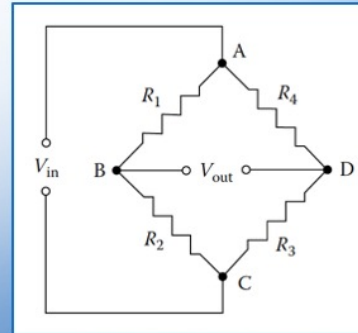
$$R_1 = R_0 + \Delta R_y = R_0 \left( 1 + \frac{\Delta R_y}{R_0} \right) = R_0(1 + \gamma)$$



## TEMPERATURNA KOMPENZACIJA

$$R_1 = R_0 + \Delta R_y = R_0 \left( 1 + \frac{\Delta R_y}{R_0} \right) = R_0(1 + y)$$

$$\begin{aligned} R_2 &= R_0 + \Delta R_x + \Delta R_y = \\ &= R_0 \left( 1 + \frac{\Delta R_x}{R_0} \right) \left( 1 + \frac{\Delta R_y}{R_0 + \Delta R_x} \right) \\ &= R_0(1 + x)(1 + y) \end{aligned}$$

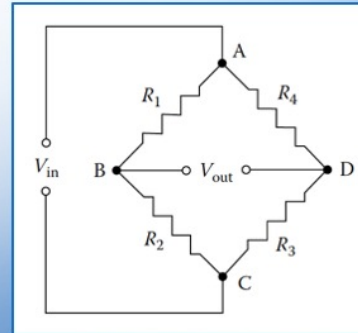


## TEMPERATURNA KOMPENZACIJA

$$R_1 = R_0 + \Delta R_y = R_0 \left( 1 + \frac{\Delta R_y}{R_0} \right) = R_0(1 + y)$$

$$\begin{aligned} R_2 &= R_0 + \Delta R_x + \Delta R_y = \\ &= R_0 \left( 1 + \frac{\Delta R_x}{R_0} \right) \left( 1 + \frac{\Delta R_y}{R_0 + \Delta R_x} \right) \\ &= R_0(1 + x)(1 + y) \end{aligned}$$

$$R_3 = R_4 = R_0$$



## TEMPERATURNA KOMPENZACIJA

$$V_{out} = \frac{R_2 R_4 - R_1 R_3}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} V_{in}$$

## TEMPERATURNA KOMPENZACIJA

$$V_{out} = \frac{R_2 R_4 - R_1 R_3}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} V_{in} = \frac{R_0^2(1+x)(1+y) - R_0^2(1+y)}{R_0(2+x)(1+y)2R_0} V_{in} =$$



## TEMPERATURNA KOMPENZACIJA

$$V_{out} = \frac{R_2 R_4 - R_1 R_3}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} V_{in} = \frac{R_0^2(1+x)(1+y) - R_0^2(1+y)}{R_0(2+x)(1+y)2R_0} V_{in} =$$
$$= \frac{x}{(2+x)^2} V_{in}$$

## TEMPERATURNA KOMPENZACIJA

$$V_{out} = \frac{R_2 R_4 - R_1 R_3}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} V_{in} = \frac{R_0^2(1+x)(1+y) - R_0^2(1+y)}{R_0(2+x)(1+y)2R_0} V_{in} =$$
$$= \frac{x}{(2+x)^2} V_{in}$$

$$V_{out} = \frac{x}{(2+x)^2} V_{in}$$

## TEMPERATURNA KOMPENZACIJA

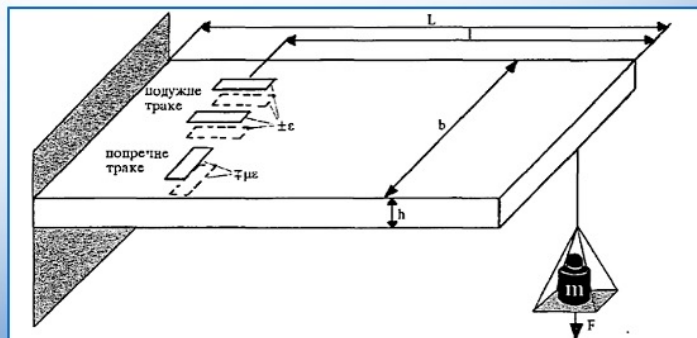
$$V_{out} = \frac{R_2 R_4 - R_1 R_3}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} V_{in} = \frac{R_0^2(1+x)(1+y) - R_0^2(1+y)}{R_0(2+x)(1+y)2R_0} V_{in} =$$
$$= \frac{x}{(2+x)^2} V_{in}$$

$$V_{out} = \frac{x}{(2+x)^2} V_{in} \approx \frac{x}{4} V_{in}$$

Na osnovu izraza za izlazni napon može se zaključiti da je eliminisan uticaj temperature na promjenu otpornosti.

## ELASTIČNI ELEMENTI ZA MJERENJE MANJIH SILA

$$\varepsilon = \pm \frac{6Fl}{E_Y b h^2}$$



Elastični elementi za mjerenje manjih sila (do oko 100 N) rade na principu savijanja. Kao primjer elemeta sa savijanjem, prikazana je tanka konzola prizmatičnog oblika. Poznato je da sila, koja savija konzolu djelujuću upravno na njenom kraju, izaziva na jednoj površini podužno istezanje, a na drugoj sabijanje. Pokazuje se da je podužna deformacija na površini konzole data izrazom:

$$\varepsilon = \pm \frac{6Fl}{E_Y b h^2}$$

gdje je  $l$  rastojanje od napadne tačke sile  $F$ ,  $E_Y$  *Young-ov* modul elastičnosti materijala,  $b$  širina i  $h$  debljina konzole. Znak + predstavlja istezanje na gornjoj, a znak – sabijanje na donjoj površini konzole. Naveden izraz važi sa zadovoljavajućom tačnošću na mjestima dovoljne udaljenosti od napadne tačke sile i od mjesta uklještenja konzole.

## PRIMJER

Na konzolu je uzdužno zalijepljena mjerna traka na rastojanju  $l = 40$  cm od kraja konzole. Traka je spojena u *Wheatstone*-ov most koji osim ove aktivne trake takođe sadrži i slijepu traku i dva stalna otpornika. Napon napajanja mosta iznosi  $E = 4.5$  V.

Odrediti intenzitet vertikalne sile koja djeluje na kraju konzole kada izlazni napon mosta iznosi  $U_i = 0.9$  mV. U odsustvu sile most se nalazi u ravnotežnom stanju. Poznato je :  $b = 4$  cm,  $h = 5$  mm, *Young*-ov modul elastičnosti  $E_Y = 2 \cdot 10^{11}$  N/m<sup>2</sup>,  $\nu = 0.33$ , koeficijent osjetljivosti trake  $k = 2.05$ .



**PRIMJER**

$$x = \frac{\Delta R_0}{R_0} = k \varepsilon_l$$

Na osnovu izvođenja u sklopu temperaturne kompenzacije pomoću slijepe trake, napon na izlazu mosta se može zapisati kao:

$$V_{out} \approx \frac{x}{4} V_{in}$$

Uzdužna deformacija na površini konzole je:

$$\varepsilon_l = \frac{6Fl}{E_y b h^2}$$

## PRIMJER

$$x = \frac{\Delta R_0}{R_0} = k\varepsilon_l$$

$$U_i \approx \frac{x}{4}E \Rightarrow x = \frac{4U_i}{E}$$

## PRIMJER

$$x = \frac{\Delta R_0}{R_0} = k \varepsilon_l$$

$$U_i \approx \frac{x}{4} E \Rightarrow x = \frac{4U_i}{E}$$

$$\varepsilon_l = \frac{6Fl}{E_y b h^2} \Rightarrow F = \frac{E_y b h^2}{6l} \varepsilon_l$$



## PRIMJER

$$x = \frac{\Delta R_0}{R_0} = k \varepsilon_l$$

$$U_i \approx \frac{x}{4} E \Rightarrow x = \frac{4U_i}{E}$$

$$\varepsilon_l = \frac{6Fl}{E_Y b h^2} \Rightarrow F = \frac{E_Y b h^2}{6l} \varepsilon_l$$

$$F = \frac{E_Y b h^2}{6l} \frac{x}{k}$$

## PRIMJER

$$x = \frac{\Delta R_0}{R_0} = k \varepsilon_l$$

$$U_i \approx \frac{x}{4} E \Rightarrow x = \frac{4U_i}{E}$$

$$\varepsilon_l = \frac{6Fl}{E_Y b h^2} \Rightarrow F = \frac{E_Y b h^2}{6l} \varepsilon_l$$

$$F = \frac{E_Y b h^2}{6l} \frac{x}{k} = \frac{E_Y b h^2}{6lk} \frac{4U_i}{E}$$

## PRIMJER

$$x = \frac{\Delta R_0}{R_0} = k \varepsilon_l$$

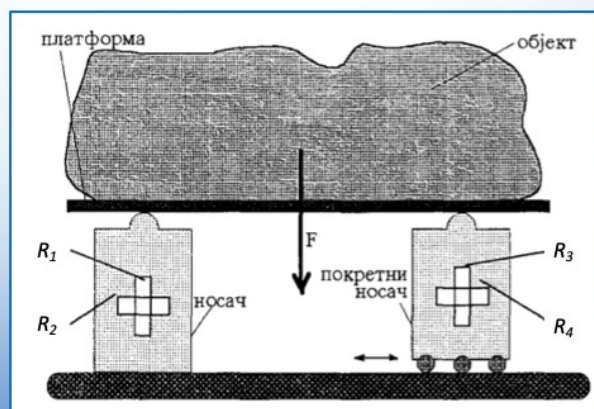
$$U_i \approx \frac{x}{4} E \Rightarrow x = \frac{4U_i}{E}$$

$$\varepsilon_l = \frac{6Fl}{E_Y b h^2} \Rightarrow F = \frac{E_Y b h^2}{6l} \varepsilon_l$$

$$F = \frac{E_Y b h^2}{6l} \frac{x}{k} = \frac{E_Y b h^2}{6lk} \frac{4U_i}{E}$$

$$F = \frac{2 E_Y b h^2 U_i}{3 lk E} = 32.52 \text{ N}$$

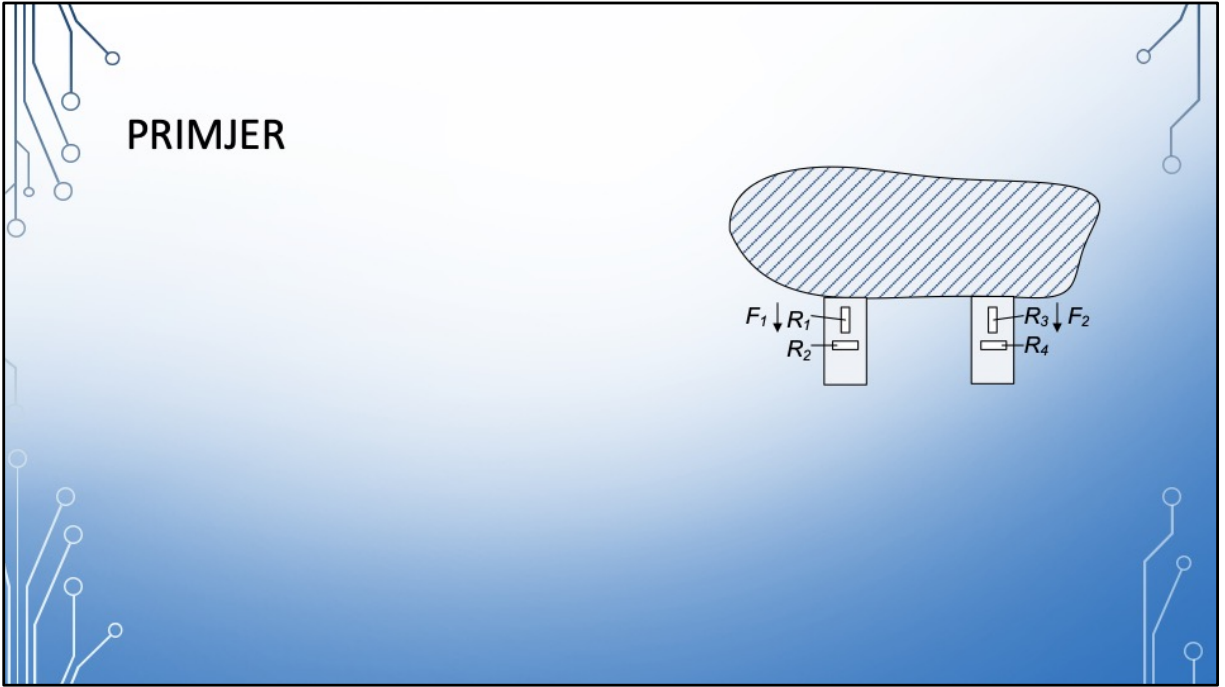
## ELASTIČNI ELEMENTI ZA MJERENJE VEĆIH SILA



Velikim silama se smatraju težine od reda 1 000 N do reda 100 000 N. Objekat čija se težina mjeri se postavlja na platformu koja se oslanja na nekoliko elastičnih senzora (uglavnom 4) sa mjernim trakama. Težina objekta dobija se na osnovu promjene otpornosti svih senzora. Na slici je prikazan primjer mjerenja težine pomoću platforme, postavljene na dva jednaka stubna pretvarača na koja su zalijepljene po dvije mjerne trake. Težine koje djeluju na stubove se sabiraju vezivanjem mjernih traka u most.

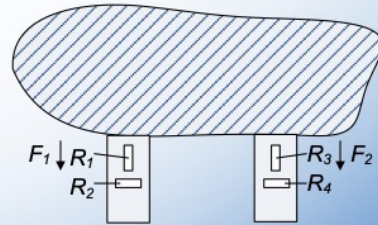
## PRIMJER

Masivni objekat čija se težina  $F$  mjeri, postavlja se na dva jednaka metalna oslonca oblika valjka. Poluprečnik valjka iznosi  $r = 4$  cm. Potrebno je na valjke oslonce zalijepiti odgovarajući broj mjernih traka i spojiti ih u most na kome se očitava težina objekta. Tačnost mjerenja ne smije da zavisi od načina postavljanja objekta, odnosno od rasporeda težine na osloncima. Odrediti naponsku osjetljivost mosta. Poznato je: otpornost mjerne trake  $R = 120 \Omega$ , maksimalna struja mjerne trake  $I_{max} = 20$  mA, koeficijent  $k = 2$ , *Young*-ov modul elastičnosti  $E_{\gamma} = 1.9 \cdot 10^{11}$  N/m<sup>2</sup> i koeficijent  $\nu = 0.33$ .



## PRIMJER

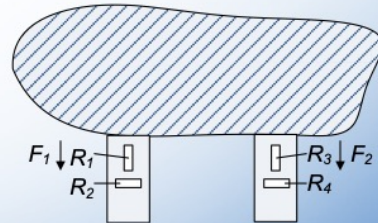
$$R_1 = R_0 + \Delta R_1 = R_0(1 + x_1), x_1 = -k \frac{F_1}{SE_y}$$



## PRIMJER

$$R_1 = R_0 + \Delta R_1 = R_0(1 + x_1), x_1 = -k \frac{F_1}{SE_y}$$

$$R_2 = R_0 + \Delta R_2 = R_0(1 + x_2), x_2 = k\nu \frac{F_1}{SE_y}$$



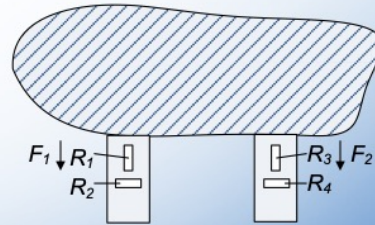


## PRIMJER

$$R_1 = R_0 + \Delta R_1 = R_0(1 + x_1), x_1 = -k \frac{F_1}{SE_y}$$

$$R_2 = R_0 + \Delta R_2 = R_0(1 + x_2), x_2 = k\nu \frac{F_1}{SE_y}$$

$$R_3 = R_0 + \Delta R_3 = R_0(1 + x_3), x_3 = -k \frac{F_2}{SE_y}$$



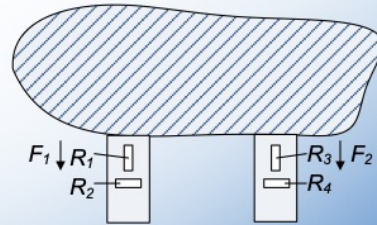
## PRIMJER

$$R_1 = R_0 + \Delta R_1 = R_0(1 + x_1), x_1 = -k \frac{F_1}{SE_y}$$

$$R_2 = R_0 + \Delta R_2 = R_0(1 + x_2), x_2 = k\nu \frac{F_1}{SE_y}$$

$$R_3 = R_0 + \Delta R_3 = R_0(1 + x_3), x_3 = -k \frac{F_2}{SE_y}$$

$$R_4 = R_0 + \Delta R_4 = R_0(1 + x_4), x_4 = k\nu \frac{F_2}{SE_y}$$



## PRIMJER

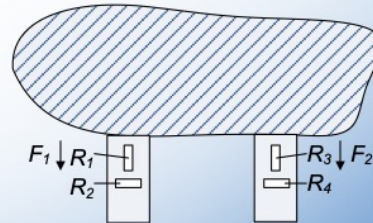
$$R_1 = R_0 + \Delta R_1 = R_0(1 + x_1), x_1 = -k \frac{F_1}{SE_y}$$

$$R_2 = R_0 + \Delta R_2 = R_0(1 + x_2), x_2 = kv \frac{F_1}{SE_y}$$

$$R_3 = R_0 + \Delta R_3 = R_0(1 + x_3), x_3 = -k \frac{F_2}{SE_y}$$

$$R_4 = R_0 + \Delta R_4 = R_0(1 + x_4), x_4 = kv \frac{F_2}{SE_y}$$

$$V_{out} = \frac{R_2 R_4 - R_1 R_3}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} E = \frac{(1 + x_2)(1 + x_4) - (1 + x_1)(1 + x_3)}{(x_1 + x_2 + 2)(x_3 + x_4 + 2)} E$$



## PRIMJER

$$R_1 = R_0 + \Delta R_1 = R_0(1 + x_1), x_1 = -k \frac{F_1}{SE_Y}$$

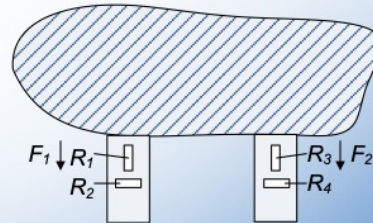
$$R_2 = R_0 + \Delta R_2 = R_0(1 + x_2), x_2 = k\nu \frac{F_1}{SE_Y}$$

$$R_3 = R_0 + \Delta R_3 = R_0(1 + x_3), x_3 = -k \frac{F_2}{SE_Y}$$

$$R_4 = R_0 + \Delta R_4 = R_0(1 + x_4), x_4 = k\nu \frac{F_2}{SE_Y}$$

$$V_{out} = \frac{R_2 R_4 - R_1 R_3}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} E = \frac{(1 + x_2)(1 + x_4) - (1 + x_1)(1 + x_3)}{(x_1 + x_2 + 2)(x_3 + x_4 + 2)} E$$

$$V_{out} = \frac{x_2 + x_4 + x_2 x_4 - x_1 - x_3 - x_1 x_3}{x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3 + x_2 x_4 + 2(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 4} E \approx \frac{x_2 + x_4 - x_1 - x_3}{4} E$$



## PRIMJER

$$V_{out} \approx \frac{x_2 + x_4 - x_1 - x_3}{4} E = \frac{k(\nu + 1)(F_1 + F_2)}{4SE_y} E$$

$$x_1 = -k \frac{F_1}{SE_y}$$

$$x_2 = kv \frac{F_1}{SE_y}$$

$$x_3 = -k \frac{F_2}{SE_y}$$

$$x_4 = kv \frac{F_2}{SE_y}$$

## PRIMJER

$$V_{out} \approx \frac{x_2 + x_4 - x_1 - x_3}{4} E = \frac{k(\nu + 1)(F_1 + F_2)}{4SE_y} E$$

$$V_{out} \approx \frac{k(\nu + 1)E}{4SE_y} (F_1 + F_2) = S_u F \Rightarrow S_u = \frac{k(\nu + 1)E}{4r^2\pi E_y}$$

## PRIMJER

$$V_{out} \approx \frac{x_2 + x_4 - x_1 - x_3}{4} E = \frac{k(\nu + 1)(F_1 + F_2)}{4SE_y} E$$

$$V_{out} \approx \frac{k(\nu + 1)E}{4SE_y} (F_1 + F_2) = S_u F \Rightarrow S_u = \frac{k(\nu + 1)E}{4r^2\pi E_y}$$

$$E = 2I_{max}R = 4.8 V$$

## PRIMJER

$$V_{out} \approx \frac{x_2 + x_4 - x_1 - x_3}{4} E = \frac{k(\nu + 1)(F_1 + F_2)}{4SE_y} E$$

$$V_{out} \approx \frac{k(\nu + 1)E}{4SE_y} (F_1 + F_2) = S_u F \Rightarrow S_u = \frac{k(\nu + 1)E}{4r^2\pi E_y}$$

$$E = 2I_{max}R = 4.8 \text{ V}$$

$$S_u = \frac{k(\nu + 1)E}{4r^2\pi E_y} = 3.34 \text{ nV/N}$$



## MJERENJE DVOOSNOG NAPREZANJA

Samo  $\sigma_x$  naprezanje:

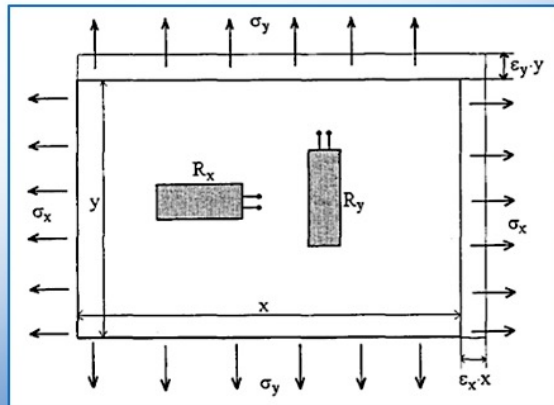
$$\varepsilon'_x = \frac{\sigma_x}{E_Y}$$

$$\varepsilon'_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E_Y}$$

Samo  $\sigma_y$  naprezanje:

$$\varepsilon''_x = -\nu \frac{\sigma_y}{E_Y}$$

$$\varepsilon''_y = \frac{\sigma_y}{E_Y}$$



Na slici je prikazana ravna ploča koja je izložena naprezanjima u dva normalna pravca  $\sigma_x$  i  $\sigma_y$ . Mjerenje dvoosnog naprezanja vrši se pomoću dvije mjernje trake  $R_x$  i  $R_y$ . Mjereći otpornost mjernih traka direktno se određuju deformacije ploče  $\varepsilon_x$  i  $\varepsilon_y$ , pa se postavlja problem izračunavanja odgovarajućih naprezanja.

Ukoliko se pretpostavi da postoji samo naprezanje  $\sigma_x$ , deformacije ploče u x i y pravcu bi iznosile:

$$\varepsilon'_x = \frac{\sigma_x}{E_Y} \text{ (za } R_x \text{)}$$

$$\varepsilon'_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E_Y} \text{ (za } R_y \text{)}$$

Ukoliko se pretpostavi da postoji samo naprezanje  $\sigma_y$ , deformacije ploče u x i y pravcu bi iznosile:

$$\varepsilon''_x = -\nu \frac{\sigma_y}{E_Y} \text{ (za } R_x \text{)}$$

$$\varepsilon''_y = \frac{\sigma_y}{E_Y} \text{ (za } R_y \text{)}$$

## MJERENJE DVOOSNOG NAPREZANJA

Samo  $\sigma_x$  naprezanje:

$$\varepsilon'_x = \frac{\sigma_x}{E_Y}$$

$$\varepsilon'_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E_Y}$$

Samo  $\sigma_y$  naprezanje:

$$\varepsilon''_x = -\nu \frac{\sigma_y}{E_Y}$$

$$\varepsilon''_y = \frac{\sigma_y}{E_Y}$$

Rezultantne deformacije:

$$\varepsilon_x = \varepsilon'_x + \varepsilon''_x = \frac{1}{E_Y}(\sigma_x - \nu\sigma_y)$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon'_y + \varepsilon''_y = \frac{1}{E_Y}(\sigma_y - \nu\sigma_x)$$

Kada istovremeno postoje naprezanja duž obje ose, tada su rezultantne deformacije date zbirom odgovarajućih deformacija:

$$\varepsilon_x = \varepsilon'_x + \varepsilon''_x = \frac{1}{E_Y}(\sigma_x - \nu\sigma_y)$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon'_y + \varepsilon''_y = \frac{1}{E_Y}(\sigma_y - \nu\sigma_x)$$

## MJERENJE DVOOSNOG NAPREZANJA

Samo  $\sigma_x$  naprezanje:

$$\varepsilon'_x = \frac{\sigma_x}{E_Y}$$

$$\varepsilon'_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E_Y}$$

Samo  $\sigma_y$  naprezanje:

$$\varepsilon''_x = -\nu \frac{\sigma_y}{E_Y}$$

$$\varepsilon''_y = \frac{\sigma_y}{E_Y}$$

Rezultantne deformacije:

$$\varepsilon_x = \varepsilon'_x + \varepsilon''_x = \frac{1}{E_Y}(\sigma_x - \nu\sigma_y)$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon'_y + \varepsilon''_y = \frac{1}{E_Y}(\sigma_y - \nu\sigma_x)$$

Tražena naprezanja:

$$\sigma_x = \frac{E_Y}{1 - \nu^2}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y)$$

$$\sigma_y = \frac{E_Y}{1 - \nu^2}(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x)$$

Kada istovremeno postoje naprezanja duž obje ose, tada su rezultantne deformacije date zbirom odgovarajućih deformacija:

$$\varepsilon_x = \varepsilon'_x + \varepsilon''_x = \frac{1}{E_Y}(\sigma_x - \nu\sigma_y)$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon'_y + \varepsilon''_y = \frac{1}{E_Y}(\sigma_y - \nu\sigma_x)$$

Ako se sa dva posebna mosta izmjere promjene otpornosti traka i odrede deformacije  $\varepsilon_x$  i  $\varepsilon_y$ , sa poznatim *Poisson*-ovim koeficijentom i modulom elastičnosti, normalna naprezanja se mogu izračunati rješavanjem prethodnog sistema jednačina.

$$\sigma_x = \frac{E_Y}{1 - \nu^2}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y)$$

$$\sigma_y = \frac{E_Y}{1 - \nu^2}(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x)$$

## GREŠKA MJERENJA USLJED KOSO POSTAVLJENE MJERNE TRAKE

$$l_x = l \cos \theta$$

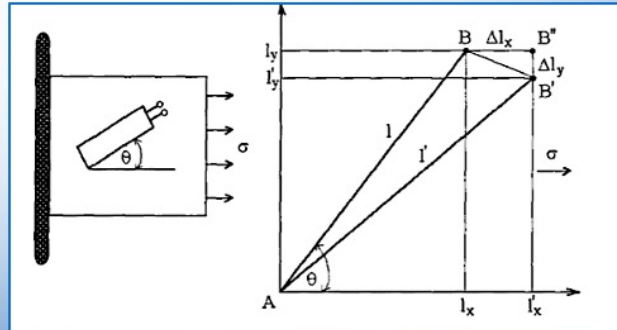
$$l_y = l \sin \theta$$

$$l'_x = l_x + \Delta l_x$$

$$l'_y = l_y + \Delta l_y$$

$$\Delta l_x = l_x \frac{\sigma_x}{E_Y}$$

$$\Delta l_y = -\nu l_y \frac{\sigma_x}{E_Y}$$



Deformacija koso zalijepljene trake usljed naprezanja  $\sigma$  se može odrediti na osnovu razmatranja ilustrovanog na slici.

## GREŠKA MJERENJA USLJED KOSO POSTAVLJENE MJERNE TRAKE

$$l_x = l \cos \theta$$

$$l_y = l \sin \theta$$

$$l'_x = l_x + \Delta l_x$$

$$l'_y = l_y + \Delta l_y$$

$$\Delta l_x = l_x \frac{\sigma_x}{E_Y}$$

$$\Delta l_y = -\nu l_y \frac{\sigma_x}{E_Y}$$

$$l'_x = l \cos \theta \left( 1 + \frac{\sigma_x}{E_Y} \right)$$

$$l'_y = l \sin \theta \left( 1 - \nu \frac{\sigma_x}{E_Y} \right)$$

## GREŠKA MJERENJA USLJED KOSO POSTAVLJENE MJERNE TRAKE

$$l_x = l \cos \theta$$

$$l_y = l \sin \theta$$

$$l'_x = l_x + \Delta l_x$$

$$l'_y = l_y + \Delta l_y$$

$$\Delta l_x = l_x \frac{\sigma_x}{E_Y}$$

$$\Delta l_y = -\nu l_y \frac{\sigma_x}{E_Y}$$

$$l'_x = l \cos \theta \left( 1 + \frac{\sigma_x}{E_Y} \right)$$

$$l'_y = l \sin \theta \left( 1 - \nu \frac{\sigma_x}{E_Y} \right)$$

$$l' = \sqrt{l'^2_x + l'^2_y}$$

$$= l \sqrt{\cos^2 \theta \left( 1 + \frac{\sigma_x}{E_Y} \right)^2 + \sin^2 \theta \left( 1 - \nu \frac{\sigma_x}{E_Y} \right)^2}$$

## GREŠKA MJERENJA USLJED KOSO POSTAVLJENE MJERNE TRAKE

$$\begin{aligned}l' &= \sqrt{l_x'^2 + l_y'^2} = \\l &\sqrt{\cos^2 \theta \left(1 + \frac{\sigma_x}{E_Y}\right)^2 + \sin^2 \theta \left(1 - \nu \frac{\sigma_x}{E_Y}\right)^2} \approx \\l &\sqrt{\cos^2 \theta \left(1 + 2 \frac{\sigma_x}{E_Y}\right) + \sin^2 \theta \left(1 - 2\nu \frac{\sigma_x}{E_Y}\right)} = \\l &\sqrt{1 + 2 \frac{\sigma_x}{E_Y} (\cos^2 \theta - \nu \sin^2 \theta)} \approx \\&\approx l \left(1 + \frac{\sigma_x}{E_Y} (\cos^2 \theta - \nu \sin^2 \theta)\right)\end{aligned}$$

## GREŠKA MJERENJA USLJED KOSO POSTAVLJENE MJERNE TRAKE

$$l' = \sqrt{l_x'^2 + l_y'^2} =$$

$$l \sqrt{\cos^2 \theta \left(1 + \frac{\sigma_x}{E_Y}\right)^2 + \sin^2 \theta \left(1 - \nu \frac{\sigma_x}{E_Y}\right)^2} \approx$$

$$l \sqrt{\cos^2 \theta \left(1 + 2 \frac{\sigma_x}{E_Y}\right) + \sin^2 \theta \left(1 - 2\nu \frac{\sigma_x}{E_Y}\right)} =$$

$$l \sqrt{1 + 2 \frac{\sigma_x}{E_Y} (\cos^2 \theta - \nu \sin^2 \theta)} \approx$$

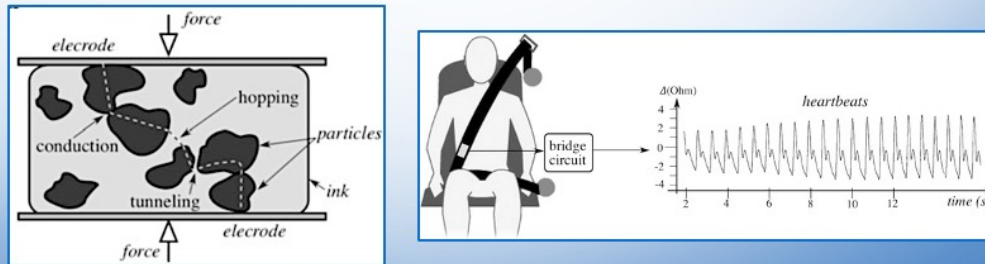
$$\approx l \left(1 + \frac{\sigma_x}{E_Y} (\cos^2 \theta - \nu \sin^2 \theta)\right)$$

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{l' - l}{l} = \frac{\sigma_x}{E_Y} (\cos^2 \theta - \nu \sin^2 \theta)$$

Na osnovu konačnog izraza za deformaciju mjerne trake, može se zaključiti da je deformacija manja u slučaju koso postavljene mjerne trake.



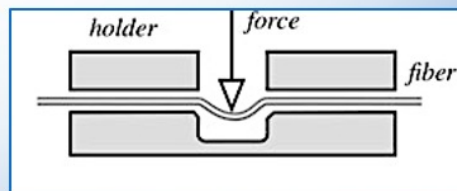
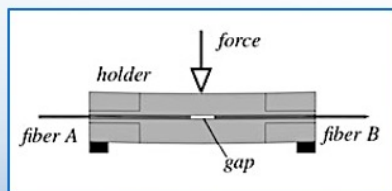
## FILMOVI OSJETLJIV NA PRITISAK



Senzori na bazi tankog filma su zbog svoje male debljine, fleksibilnosti, varijabilnih dimenzija, i niske cijene veoma pogodni za mjerenje sile u "skućenom" prostoru. Senzor je u principu otpornik čija se provodnost mijenja linearno sa primijenjenom silom. Inicijalna otpornost (bez opterećenja) je reda megaoma. Sa povećanjem opterećenja, otpornost senzora opada do reda desetak kilooma. Greška linearnosti ovih senzora je reda 3 %. Kako ih odlikuje visoka osjetljivost (do 10 puta veća nego kod metala), mogu registrovati veoma mala opterećenja.

Interesantna primjena film-senzora ilustrovana je desnom slikom. Senzor je postavljen na pojas za vezivanje vozača. Namijenjen je da prati otkucaje srca vozača u sklopu sistema za detektovanje eventualnih nepravilnosti u radu srca.

## OPTIČKI SENZORI SILE

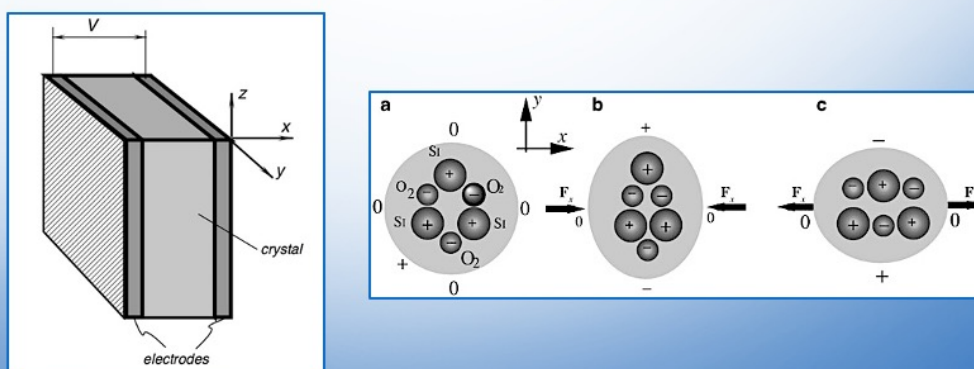


Postoji značajan broj optičkih senzora sile. U cilju ilustracije, na slici su predstavljena dva veoma jednostvan pristupa.

Lijeva slika ilustruje primjer optičkog senzora sile gdje je optičko vlakno podijeljeno na dva segmenta (fiber A i fiber B), između kojih je mala šupljina. Svjetlost se prostire od vlakna A ka vlaknu B. Kada na senzor djeluje sila, dolazi do deformacije kućišta (*holder*), što dovodi do "mimoilaženja" pravaca prostiranja vlakna A i B, proporcionalno primijenjenoj sili. Dakle, intenzitet svjetlosti koja se prostire od vlakna A ka vlaknu B (ili obratno) se moduliše pod uticajem spoljašnje sile. Fotodetektor na izlazu sistema konvertuje svjetlost u električni signal koji je funkcija spoljašnje sile.

Na slici desno je prikazan optički senzor gdje je samo optičko vlakno izloženo deformaciji pod uticajem spoljašnje sile. Kao posljedica, dolazi do promjene u intenzitetu svjetlosti (smanjuje se) koja se prenosi vlaknom.

## PIEZOELEKTRIČNI EFEKAT



Piezoelektrični efekat se javlja kod čvrstih tijela i predstavlja vid konverzije mehaničke energije u električnu energiju i obrnuto. Kada se piezoelektrični senzor podvrgne mehaničkoj deformaciji na njegovoj površini se generiše određena količina elektriciteta. Inverzan piezoelektrični efekat se sastoji u mehaničkoj deformaciji senzora kada se izloži djelovanju električnog polja. Dakle, moguće je postaviti par elektroda na kristal kako bi se doveo napon, koji će izazvati naprezanje kristala, dok se drugim parom elektroda prikuplja generisano naelektrisanje. Ovaj metod se principijelno koristi kod kvarcnih oscilatora.

Piezoelektrični efekat su otkrili braća Kiri 1880. godine ispitujući osobine kvarca. Najvažniji vještački piezoelektrični materijal je barijum titanat koji se proizvodi kao keramika postupkom sinterovanja. Po svojim osobinama barijum titanat spada u feroelektrike a piezoelektrična svojstva dobija postupkom polarizacije u jakom električnom polju za vrijeme hlađenja počev od temperatura viših od Kirijevih. Piezoelektrični materijali predstavljaju izolatore u električnom smislu, a senzori se proizvode u obliku pločastih kondenzatora. Karakteriše ih velika osjetljivost i male dimenzije. Međutim, unutrašnja impedansa piezoelektričnih senzora je veoma visoka, pa se za mjerenje moraju koristiti instrumenti ekstremno velike ulazne otpornosti. Pri statičkoj deformaciji indukuje se određena količina elektriciteta, koja se relativno brzo prazni preko sopstvene provodnosti senzora kao i preko priključnih veza. Iz tog razloga

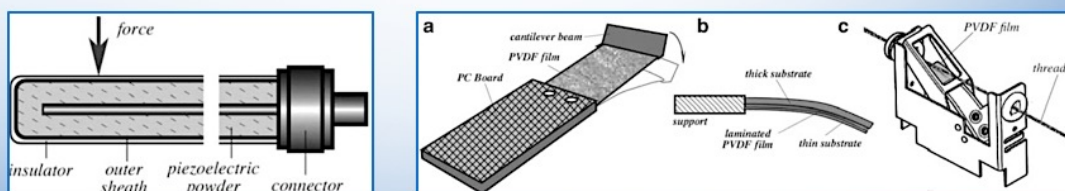
piezoelektrični senzori ne mogu da se koriste pri stacionarnom dejstvu ulazne veličine.

U praksi se piezoelektrični senzori kombinuju sa elastičnim ili seizmičkim elementima tako da se prvenstveno koriste za mjerenje ubrzanja i pomjeranja pri vibracijama, kao i za dinamička mjerenja pritiska. Opseg radnih temperatura za keramičke materijale na bazi barijum titanata kreće se do 250 °C, jer iznad Kirijeve temperature materijal gubi piezoelektrična svojstva. Kirijeva temperatura kvarca iznosi 575 °C, međutim zbog pogoršanja dielektričnih svojstava kvarc se ne može koristiti iznad 200 °C.

Pojava piezoelektriciteta pri deformaciji kvarca se može objasniti na uprošćenoj šemi kristalne ćelije posmatrane iz pravca optičke z ose. Hemijska formula kvarca je  $\text{SiO}_2$ , pri čemu su atomi Si pozitivni, a  $\text{O}_2$  negativni. Atomi su smješteni u tjemenuima heksagonalne ćelije. Elektrode dobijene metalizacijom površine pretvarača omogućavaju stvaranje polja, odnosno odvođenje izlaznog napona. Kod kvarcnog pretvarača sa debljinskom deformacijom elektrode su smještene normalno na pravac x ose.

U nedeformisanom stanju sva naelektrisanja su međusobno kompenzovana, pa je napon između elektroda jednak nuli. Pri dejstvu kompresivne sile u pravcu x ose, na gornjoj ploči se pojavljuje višak negativnog naelektrisanja, a na donjoj višak pozitivnog naelektrisanja. Ako se ista ćelija podvrgne zateznoj sili u pravcu x ose, na elektrodama će se javiti ista količina naelektrisanja ali suprotnog znaka.

## PIEZOELEKTRIČNI SENZORI



Na slici lijevo je prikazan piezoelektrični kabl. Ugrađuje se u čvrstu podlogu. Pod uticajem sile dolazi do kompresije kabla. Može se koristiti u saobraćaju za detekciju vozila različite težine, u bezbjednosnim sistemima, u medicini (postavlja se ispod mandraca pacijenta), u silosima za detekciju prisustva insekata.

Na slici desno (a i b) prikazani su piezoelektrični prekidači koji se koriste u *flipper* mašinama, brojačima, slot mašinama (kao detektori udara novčića).

Na slici desno c prikazan je uređaj koji sadrži piezoelektrični senzor (PVDF film) za detekciju prekida niti u tekstilnoj industriji. Naime, prolazak niti proizvodi određeni zvuk, odnosno vibracije koje „prati“ senzor. Ukoliko dođe do prekida niti, zvuk se mijenja, i senzor detektuje prekid.

## LITERATURA

- John G. Webster, Halit Eren, *Measurements, Instrumentation, and Sensors Handbook*, CRC Press, 2<sup>nd</sup> edition, 2014 (poglavlje 37.2)
- Dragan Stanković, *Fizičko-tehnička mjerenja, Senzori*, Univerzitet u Beogradu, 1997 (poglavlje 4)
- Ramon Pallas-Areny, John G. Webster, *Sensors and Signal Conditioning*, John Wiley and Sons, 2<sup>nd</sup> edition, 2001 (poglavlje 2.2, poglavlje 3.4)
- Jacob Fraden, *Handbook of Modern Sensors Physics, Designs, and Applications*, 5<sup>th</sup> edition, Springer, 2016 (poglavlje 4.5.3, poglavlje 10)